

Asociación Argentina  
de Mecánica Computacional



Mecánica Computacional Vol XXXV, págs. 1329-1339 (artículo completo)  
Martín I. Idiart, Ana E. Scarabino y Mario A. Storti (Eds.)  
La Plata, 7-10 Noviembre 2017

## DETERMINACIÓN DE FUNCIÓN OBJETIVO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE UN RECOLECTOR DE ENERGÍA EN VEHICULOS DE TRANSPORTE

**Claudio Gatti<sup>a,b</sup>, José Ramirez<sup>a,b</sup>, Sebastián Machado<sup>a,b</sup> y Mariano Febbo<sup>b,c</sup>**

*<sup>a</sup> Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMAP), Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de Abril 461, 8000 Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina, [cdgatti@frbb.utn.edu.ar](mailto:cdgatti@frbb.utn.edu.ar), <http://www.frbb.utn.edu.ar>*

*<sup>b</sup> Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)*

*<sup>c</sup> Instituto de Física del Sur, Universidad Nacional del Sur, Avda. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina, [mfebbo@uns.edu.ar](mailto:mfebbo@uns.edu.ar); <http://www.uns.edu.ar>*

**Palabras Clave:** Optimización, algoritmo genético, energía, vibraciones, piezoeléctrico.

**Resumen.** En el desarrollo de un dispositivo recolector de energía, la variable más importante es la cantidad de energía a recolectar. Asimismo, independientemente del tipo de dispositivo utilizado y la fuente de energía habrá parámetros geométricos, mecánicos y eléctricos que maximicen la energía recuperada. Dicha tarea se realiza mediante diferentes algoritmos de optimización, definiendo las variables y la función objetivo. En la mayoría de los trabajos, la función objetivo utilizada es sencillamente la potencia eléctrica máxima para una determinada frecuencia. Sin embargo, no siempre el conjunto de parámetros que genera la máxima potencia para una frecuencia es el más eficiente para el propósito que se lo emplea. En este trabajo, se realiza la optimización de un dispositivo piezoeléctrico recolector de energía, tomando diferentes funciones objetivo y determinando cual es la más adecuada para recuperar la energía vibratoria del motor de un vehículo de transporte convencional. La optimización se lleva a cabo numéricamente mediante el uso de Algoritmos Genéticos implementado en Matlab sobre un modelo analítico lineal basado en la teoría de vigas de Bernoulli-Euler. Del análisis realizado se muestra la influencia de la función objetivo en la elección de los parámetros óptimos sobre la energía generada por el recolector de energía.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los dispositivos recolectores de energía tienen como principal función recuperar la energía de deshecho de una determinada fuente. Dependiendo del tipo de dispositivo y la fuente de recuperación se elegirá el modo y método a utilizar. Un gran número de trabajos ([Roundy et al., 2003](#); [Kim et al., 2004](#); [Priya, 2007](#); [Erturk and Inman, 2008](#)) presentan dispositivos basados en materiales piezoeléctricos que recuperan energía de las vibraciones, aprovechando la deformación del material ocasionada por la misma, generando una diferencia de potencial eléctrico. Este tipo de dispositivo tiene un amplio número de aplicaciones ([Roundy, 2008](#); [Makki and Pop-Iliev, 2011](#); [Xiao and Wang, 2014](#)), siendo de nuestro interés la vibración suministrada por un motor cuatro tiempos de un vehículo convencional.

El objetivo fundamental con cualquier dispositivo de este tipo es recolectar la mayor cantidad de energía posible, por lo que muchos investigadores ([Nelson et al., 2003](#); [Renno et al., 2009](#)) han implementado diferentes técnicas de optimización de los mismos. Una de esas técnicas es la utilización de algoritmos genéticos ([Goldberg, 1989](#)) en una de sus diversas variaciones, dependiendo fundamentalmente de cómo se apliquen los operadores genéticos (cruzamiento, mutación y selección).

La mayoría de los autores en el ámbito de la recuperación de energía, cualquiera sea la técnica de recolección y optimización, proponen como función objetivo buscar el pico máximo de potencia ([Lefeuvre et al., 2005](#); [Shu and Lien, 2006](#); [Shen et al., 2005](#); [Lefeuvre et al., 2007](#)) a una cierta frecuencia. Sin embargo, no siempre con esa función objetivo se obtiene el dispositivo que recupera la mayor energía posible de la fuente en el rango de frecuencias en el cual opera. Esto es debido a que la aplicación sobre la cual se utilizará el dispositivo es determinante en su optimización y no muchos autores tratan el tema.

En este trabajo, se presenta la optimización de un dispositivo piezoeléctrico recolector de energía, realizada con tres diferentes funciones objetivo, determinando cuál es la más adecuada para recuperar la energía vibratoria del motor de un vehículo de transporte convencional. Las diferentes optimizaciones se llevaron a cabo numéricamente mediante el uso de algoritmos genéticos implementados en Matlab. Se utilizó un modelo analítico lineal basado en la teoría de vigas de Bernoulli-Euler ([Rao, 2007](#)).

En la siguiente sección se presenta el modelo geométrico y matemático del dispositivo recolector. En la Sección 3 se trata el rango de aplicación del dispositivo, focalizando el análisis en una medición experimental sobre el vehículo transitando por la ciudad. En la Sección 4 se detalla el proceso de optimización, indicando los parámetros y las funciones objetivo tomadas en cada caso de estudio. Además se muestran simulaciones realizadas previamente a las optimizaciones con el fin de ajustar los rangos de los parámetros. Finalmente en la Sección 5 se muestran y analizan los resultados de todos los casos, comparándolos y determinando cuál es la mejor función objetivo a tomar en este tipo de aplicación.

## 2 MODELO DEL RECOLECTOR

El dispositivo está basado en el aprovechamiento de la vibración de una viga piezoeléctrica, sometida a la excitación de su base por medio del motor de un vehículo de transporte. La deformación de dicha viga, genera una diferencia de potencial entre los electrodos del piezoeléctrico que se convierte en potencia eléctrica al incluir en el sistema una resistencia de carga. El modelo matemático se basa en el esquema mostrado en la [Figura 1](#), el cual consiste de una viga piezoeléctrica unimorph, que tiene adosada dos sistemas masa-

resorte en sus extremos. Esta configuración permite el aprovechamiento de más de un modo de vibración de la viga, debido al carácter multimodal que le entregan las condiciones de vínculo. Configurando adecuadamente los parámetros geométricos y mecánicos, se puede jugar con la proximidad de los primeros tres modos de vibración entre sí, aumentando de esta manera el ancho de banda del dispositivo.

La viga piezoeléctrica se modela utilizando la teoría de Bernoulli-Euler, teniendo en cuenta sólo el desplazamiento vertical  $w(x, t)$ . Se utiliza un enfoque Lagrangiano (Meirovitch and Parker, 2001) para obtener el sistema de ecuaciones diferenciales temporales a resolver.

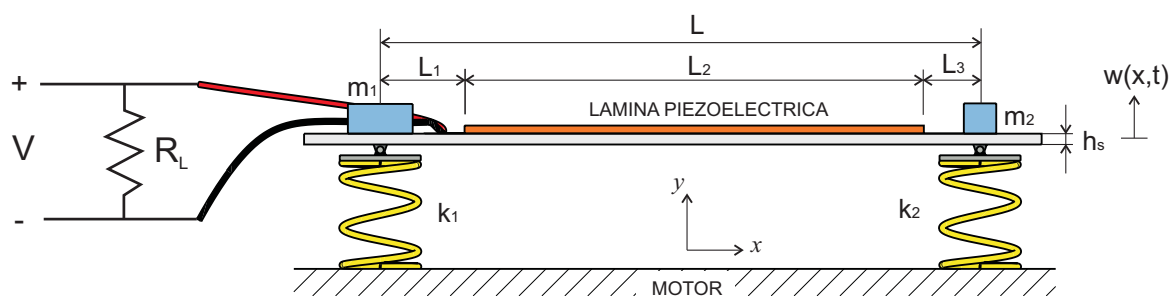


Figura 1: Esquema del dispositivo recolector

Siguiendo el procedimiento de Erturk and Inman (2011), se obtienen las dos ecuaciones electromecánicas de equilibrio:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{R}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}v &= \mathbf{f}, \\ C_p\dot{v} + \frac{v}{R_L} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^t\dot{\mathbf{q}} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Luego, proponiendo excitación y soluciones armónicas tanto en el voltaje  $V$  como en el vector desplazamiento  $\mathbf{q}$ , se obtiene la expresión de voltaje:

$$V = - \frac{i\omega}{\frac{i\omega C_p}{1+i\omega C_p R_p} + \frac{1}{R_L}} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^t \mathbf{Q}, \quad (2)$$

dónde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$  y  $\mathbf{f}$  son las matrices de masa, de amortiguamiento, de rigidez, vector acoplamiento electromecánico y vector forzamiento. Además,  $\mathbf{Q}$  es el vector de amplitud de desplazamientos modales,  $\omega$  es la frecuencia circular de excitación,  $C_p$  y  $R_p$  son la capacidad eléctrica y la resistencia interna del piezoeléctrico y  $R_L$  es la resistencia de carga.

Finalmente, la ecuación de potencia utilizada para realizar la optimización es:

$$P = \frac{V^2}{R_L} \quad (3)$$

En la Tabla 1 y 2 se presentan los valores numéricos de los parámetros fijos del modelo para todos los casos de estudio.

	Descripción	Valor	Unidad
$d_{31}$	Constante de carga piezoeléctrica	-170	pm/V
$\bar{\epsilon}_{33}^s$	Permitividad eléctrica	16.81	nF/m
$R_L$	Resistencia de carga	255	k $\Omega$
$C_P$	Capacidad eléctrica	38.11	nF

Tabla 1: Parámetros eléctricos fijos.

	Descripción	Subestructura (acero inoxidable)	Piezoeléctrico
b	Ancho (mm)	12.7	8
h	Espesor (mm)	$h_s$	0.3
$L_1$	Longitud extremo de viga (mm)	21.7	-
$L_2$	Longitud del piezoeléctrico (mm)	-	85
$L_3$	Longitud extremo de viga (mm)	14.5	-
$\rho$	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	7900	5440
E	Módulo de Young (GPa)	193	15.85

Tabla 2: Parámetros físicos y geométricos del dispositivo.

### 3 ANCHO DE BANDA DE TRABAJO

Con el fin de determinar el rango de frecuencias de trabajo del dispositivo, se realizó un recorrido tradicional de una persona yendo desde su casa al trabajo, en un vehículo de transporte convencional. El ensayo se llevó a cabo con un Citroën C4 (2007) Diesel 1.6 HDi perteneciente al Departamento de Mecánica de la UTN Facultad Regional Bahía Blanca, al cual se le colocó un sistema de adquisición de datos por GPS marca Microtex, modelo Firelog Extreme.

En la Figura 2 se muestran las mediciones de rpm del motor en función del tiempo, donde queda determinado que el rango habitual de trabajo en ciudad de un auto como este, se ubica entre las 1600 y las 2600 rpm, siendo el Valor Cuadrático Medio (RMS) igual a 1745 rpm.

Para nuestro caso de motor Diesel de cuatro tiempos, la excitación que recibirá el dispositivo será la mitad de la frecuencia de giro del mismo. De esta manera, el rango de frecuencias varía entre 53 y 86 Hz, siendo el RMS de 58 Hz.

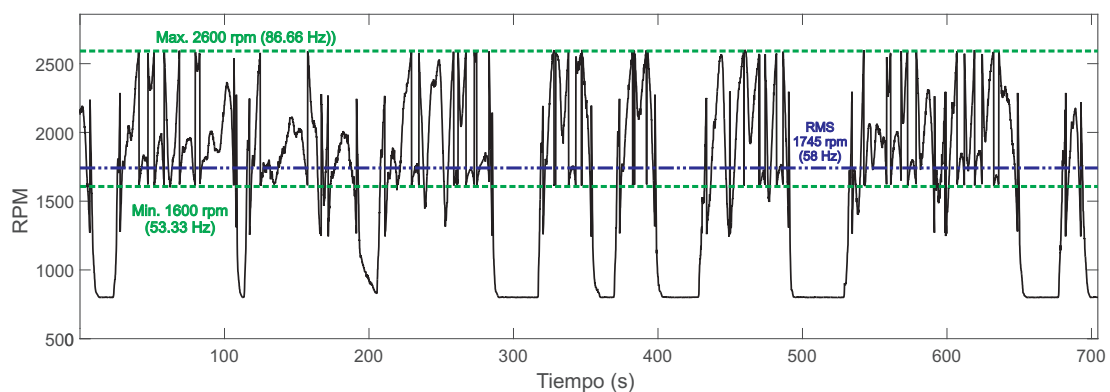


Figura 2: Recorrido habitual de un vehículo de transporte en ciudad.

### 3.1 Excitación del motor

Dependiendo de la frecuencia de excitación será el comportamiento y generación de voltaje del dispositivo, por esto es importante determinar cuál es el nivel de aceleración del motor a cada una de las frecuencias de excitación. Para ello se colocó un acelerómetro uniaxial Wilcoxon Research 780C sobre el motor del Citroën C4 y se lo ensayó para diferentes velocidades de giro del motor, recogiendo las señales con una adquisidora de datos LabJack U3-HV.

Los valores de aceleración medidos para cada una de las velocidades de giro se pueden observar en la Figura 3 (puntos), donde queda claro que a mayor velocidad de giro del motor (mayor frecuencia), mayor es el nivel de aceleración. La curva mostrada es un ajuste cuadrático sobre dichas mediciones. En dicha figura se identifica en verde el rango de uso más frecuente del motor, mostrando niveles de aceleración de entre 1 y 3 G. Este ajuste cuadrático de la aceleración es el que se utiliza como entrada forzante en el modelo recolector (ver Ec. (1)) para realizar las optimizaciones.

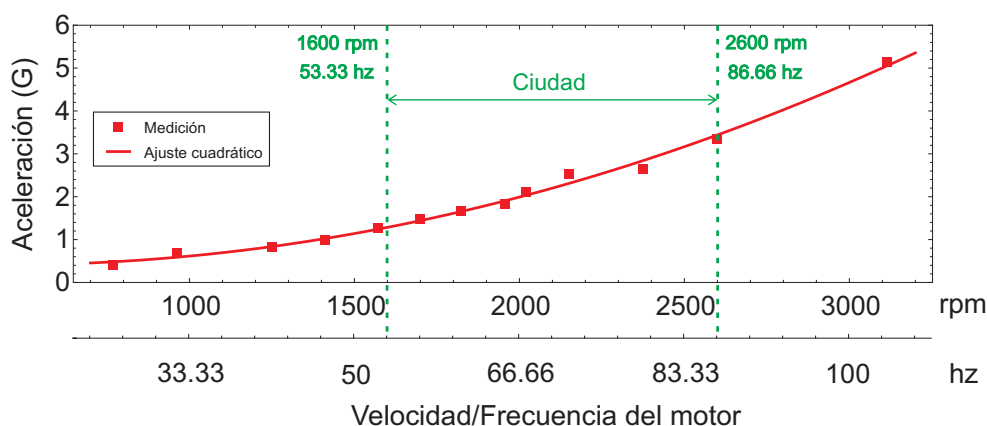


Figura 3: Aceleración del motor.

## 4 OPTIMIZACIÓN

Como se comentó en la introducción, las optimizaciones se realizaron con los Algoritmos Genéticos implementados en Matlab (*ga(fitnessfcn,nvars,[],[],[],[],lb,ub,[],IntCon,options)*). En la Tabla 3 se muestran los parámetros y operadores genéticos principales que se utilizaron en cada caso de estudio que se presentarán en la siguiente sección.

Los parámetros geométricos y mecánicos que se tomaron para optimizar el dispositivo son seis: los resortes ( $k_1$  y  $k_2$ ), las masas ( $m_1$  y  $m_2$ ), la longitud total entre centros de resortes ( $L$ ) y el espesor de la subestructura de acero inoxidable ( $h_s$ ). Cabe aclarar que la longitud del piezoeléctrico ( $L_2$ ) se mantiene fija, con lo cual la longitud  $L$  varía acortando o alargando las longitudes de los extremos ( $L_1$  y  $L_3$ ) en igual proporción. En la Tabla 4 se muestran las restricciones de cada una de las variables.

### 4.1 Casos de estudio (funciones objetivo)

Se realizaron tres tipos de optimizaciones distintas las cuales se diferencian por sus funciones objetivo. En la primera optimización (O1) se tomó como función objetivo el pico máximo de potencia dentro del rango de frecuencias de aplicación (53-86 Hz). Es decir, se maximizó el máximo pico de potencia de salida que se puede obtener dentro del rango

especificado:

$$\min(-\max|P(f)|) \quad , \quad 53 \leq f(\text{Hz}) \leq 86 \quad (4)$$

La segunda optimización (O2) se realizó tomando como función objetivo la potencia media en el rango de uso:

$$\min(-\text{mean}|P(f)|) \quad , \quad 53 \leq f(\text{Hz}) \leq 86 \quad (5)$$

Finalmente, la tercera (O3) optimiza el dispositivo tomando como función objetivo la máxima potencia posible para el valor RMS de la frecuencia (ver [Figura 2](#)), es decir, maximiza la potencia de salida para una frecuencia de 58 Hz sin importar el resto del rango:

$$\min(-\max|P(f)|) \quad , \quad f(\text{Hz}) = 58 \quad (6)$$

Adicionalmente a los tres casos anteriores se realizó una optimización de validación (O4) imponiendo como forzamiento la señal real de rpm ([Figura 2](#)) transformada en una señal de aceleración según [Figura 3](#). La función objetivo de esta última optimización es directamente la energía recuperada en todo ese tiempo. A pesar de que con esta última optimización se obtiene el mejor conjunto de parámetros que maximiza la energía recuperada para esa situación en particular, igualmente sirve para ser tomada de referencia y comparar las otras optimizaciones respecto a un máximo posible.

Parámetros	O1	O2	O3	O4
Generaciones	600	600	600	600
Población	200	60	60	200
Fracción de cruzamiento	0.6	0.8	0.8	0.8
Elite	3	6	6	1

Tabla 3: Parámetros de los algoritmos genéticos utilizados.

Variable	Mínimo	Máximo
$k_1$ (N/m)	100	10000
$k_2$ (N/m)	100	10000
$m_1$ (g)	1	40
$m_2$ (g)	1	40
L (mm)	101	121
$h_s$ (mm)	0.1	0.8

Tabla 4: Restricciones de las variables de optimización.

## 4.2 Análisis previo

Antes de realizar las optimizaciones se realizó un análisis de los posibles rangos de las variables a optimizar del modelo para poder ajustar el problema y facilitar a los algoritmos genéticos la búsqueda del máximo global. Para esto se hicieron cálculos numéricos dejando cuatro de los parámetros de optimización fijos y variando solamente dos. Con esto se considera que los parámetros optimizados en cada caso estarán cerca de los que optimizan la potencia variando solamente dos parámetros.

En primer lugar se analizaron las rigideces ( $k_1$  y  $k_2$ ), luego las masas ( $m_1$  y  $m_2$ ) y

finalmente los parámetros geométricos ( $L$  y  $h_s$ ). En la Figura 4 se visualizan los contornos de potencia eléctrica en función de cada pareja de parámetros, para cada uno de los casos de estudio. En color rojo se tienen las zonas de pares de parámetros que entregan la mayor potencia en tanto que las azules son los conjuntos que entregan poca potencia eléctrica de salida.

Con esto, las restricciones de las variables presentadas en la Tabla 4 se acotaron aún más, facilitando la convergencia de los algoritmos.

## 5 RESULTADOS

En base a los contornos de la Figura 4 se restringieron las variables y con los parámetros expuestos en la Tabla 3 se realizaron las cuatro optimizaciones, obteniéndose los parámetros y resultados mostrados en la Tabla 5.

De los resultados, se pueden deducir varias consecuencias. En primer lugar, de manera general se puede decir que los parámetros obtenidos para una optimización no se corresponden con los de las otras optimizaciones. Esto se hace más notorio cuando se consideran las masas ( $m_1$  y  $m_2$ ) y el espesor de la subestructura ( $h_s$ ), no siendo tal efecto significativo en los resortes ( $k_1$  y  $k_2$ ) y en la longitud  $L$ .

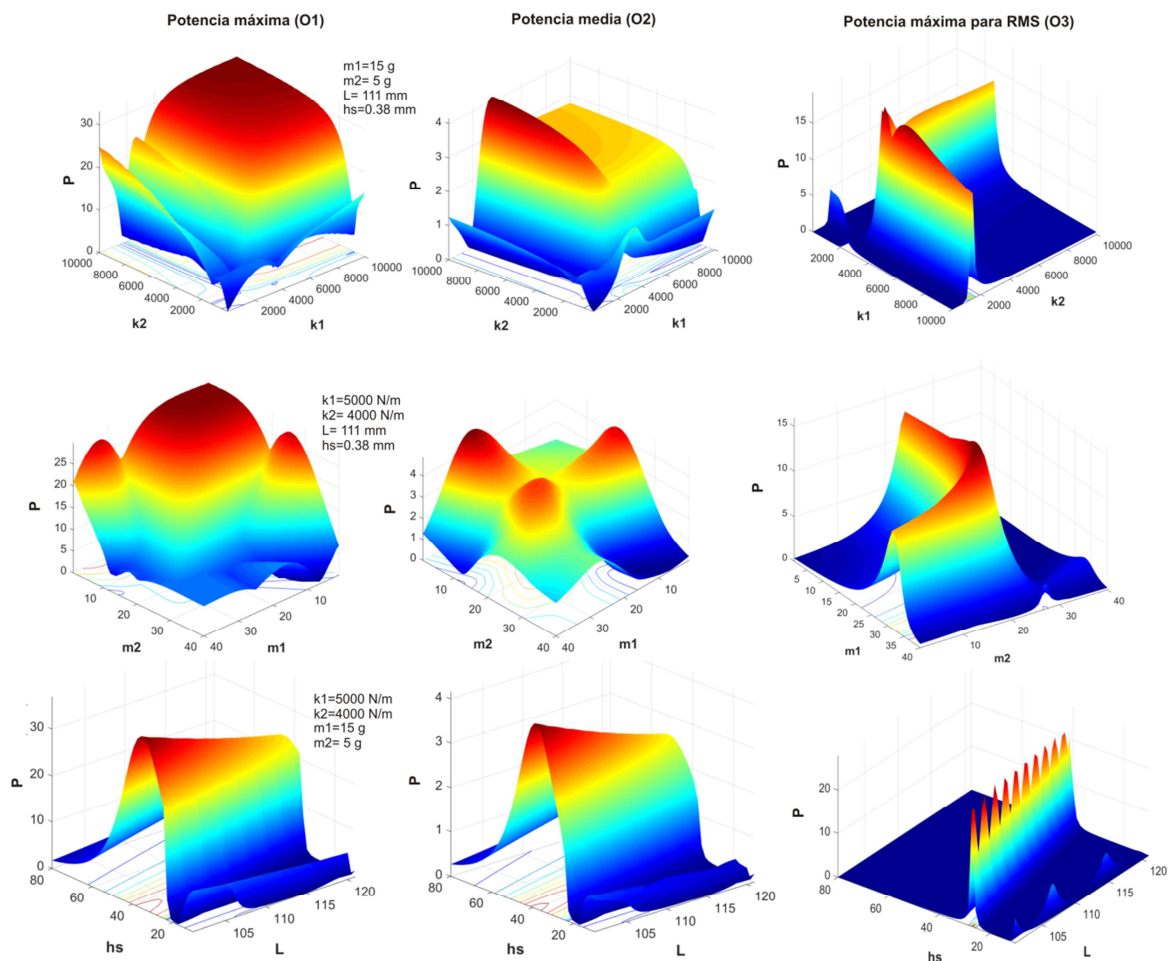


Figura 4: Contorno de potencia eléctrica para cada uno de los casos de estudio.



	$k_1$	$k_2$	$m_1$	$m_2$	$L$	$h_s$	$P_{\max}$ (mW)	$P_{\text{media}}$ (mW)
O1	10000	10000	2	3	101	0.43	57.77	2.66
O2	9481	10000	40	1	101	0.36	37.06	9.43
O3	9667	9639	40	40	103	0.28	33.11	3.85
O4	7010	7436	40	40	101	0.29	30.41	7.36

Tabla 5: Parámetros optimizados y salidas de potencia.

Por otro lado, los valores de potencia obtenida marcan una clara diferencia entre las tres funciones objetivo tomadas. La O1 entrega el máximo pico de potencia, como era de esperar (prácticamente el doble que la O4), sin embargo se obtiene la menor potencia media de las tres optimizaciones en el rango de uso del dispositivo. La O2 entrega una máxima potencia un 35% inferior a la O1 pero con una potencia media de salida de un 254% mayor que la O1, siendo justamente el objetivo de esta optimización. Como se puede ver en la Figura 5, esto último se debe a que el algoritmo incorpora dos picos resonantes dentro del rango de uso, maximizando la potencia media y justificando el uso de un dispositivo multimodal como se mencionó en la Sección 2. Por otra parte, la O3 tiene un valor pico de potencia bajo y solo aumenta en un 44% la potencia media de la O1. Finalmente, la optimización con la señal real (O4) es la que menor pico de potencia entrega y el valor medio es inferior que la O2, aunque es el más próximo a él en comparación con los resultados de O1 y O3. En la Figura 5 se ve claramente que esta última optimización (curva de color negra) tiene su pico máximo cercano al valor RMS de la excitación, lo cual es totalmente lógico, pero a su vez incorpora otros dos picos resonantes en el rango de uso. Esto justifica nuevamente el uso de un dispositivo multimodal

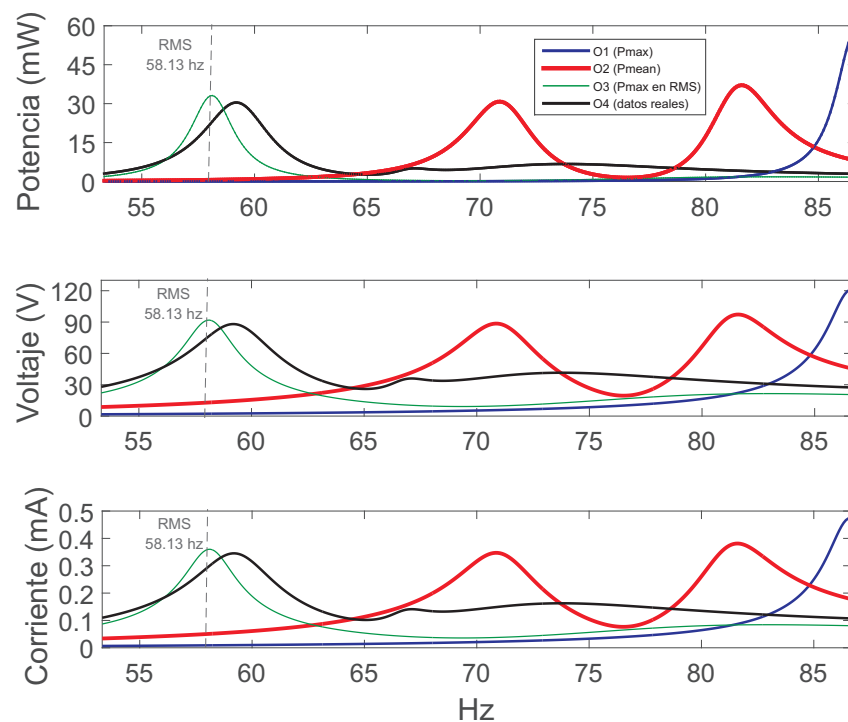


Figura 5: Potencia, voltaje y corriente para las distintas optimizaciones.



Los valores de potencia que se obtuvieron no terminan de decidir cuál es la función objetivo más adecuada para obtener el mejor dispositivo para la aplicación presentada. Para determinar realmente cual es la optimización que genera el conjunto de parámetros que entrega la mejor solución (al margen de la O4 que es la solución particular de este conjunto de mediciones) se analizó la energía recuperada a lo largo del recorrido presentado en la Sección 3. Para ello se simuló numéricamente (ver Figura 6) el modelo con cada uno de los parámetros obtenidos en las optimizaciones, obteniendo los valores de energía recuperada mostrados en la Tabla 6.

	$P_{media}$ (mW)	$E_{almacenada}$ (J)	Diferencia O4
O1	1.44	1.01	-75.54 %
O2	4.62	3.25	-21.30 %
O3	3.64	2.56	-38.01 %
O4	5.87	4.13	-

Tabla 6: Energía recuperada.

Como era de esperar, el modelo con los parámetros de la O4 es el de mayor potencia media y el que más energía recupera. Sin embargo, lo más remarcable es que el modelo de la O2 es el que más recupera en comparación con O1 y O3. Por lo tanto, la selección de esta función implica una efectiva optimización del dispositivo para una aplicación particular, siendo muy notable la diferencia de ganancia de energía recuperada frente a la O1, la cual es el común en la mayor parte de los trabajos presentados en la literatura. Respecto de la O3, la cual maximiza la potencia para la frecuencia de RMS, se pudo observar que en determinados momentos recupera más energía que la O2 (ver Figura 6). Sin embargo la O2 prevalece sobre la O3 con el paso del tiempo.

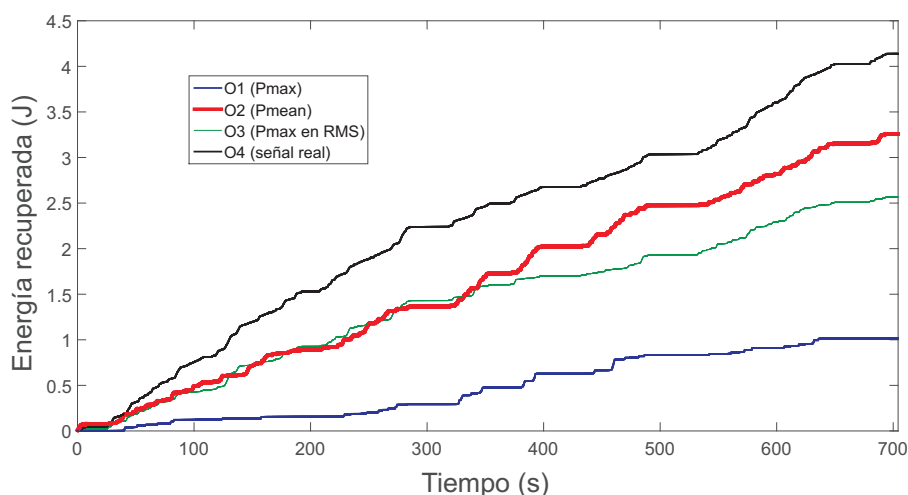


Figura 6: Energía recuperada en cada caso de estudio.

En la Figura 7 se muestra la salida de potencia en función del tiempo para la excitación de la Figura 2, con los parámetros de la O1 y la O2. Con esta figura se ve que el dispositivo optimizado con la potencia media (O2) presenta muchos momentos de alta generación debido al contener dos picos resonantes dentro del rango de uso, siendo el motivo fundamental de ser el que mayor energía recupera de entre los tres casos estudiados. Además, se puede observar

que el dispositivo optimizado con la potencia máxima (O1) genera picos de mayor potencia pero mucho más aislados en el tiempo en comparación con O2, que se presentan únicamente cuando pasa por la frecuencia de resonancia que está al límite del rango de uso (ver Figura 5).

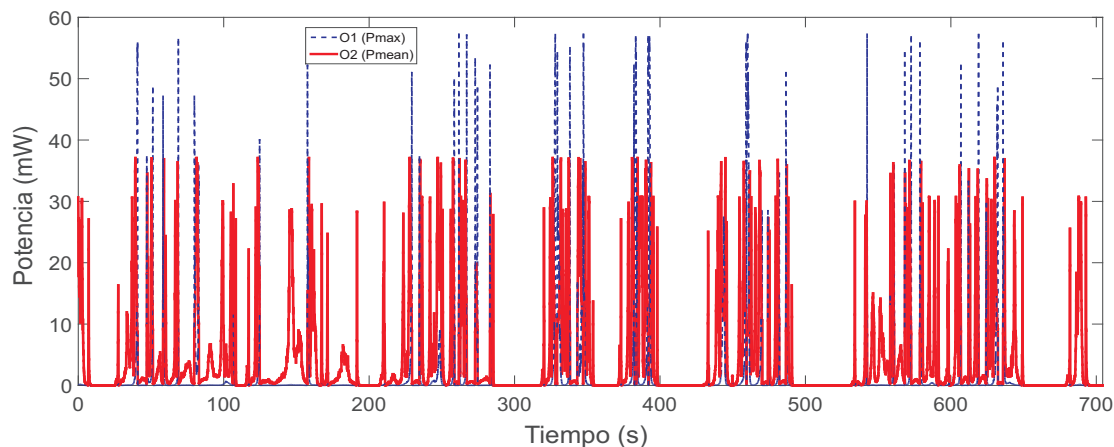


Figura 7: Potencia eléctrica a la salida del recolector.

## 6 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron diferentes optimizaciones, que difieren en sus funciones objetivo, aplicadas a un dispositivo piezoeléctrico recolector de energía, obteniendo valores de potencia máxima, potencia media y energía recuperada para un rango de frecuencias de trabajo y tiempo de uso.

Los resultados demostraron que la aplicación en la cual se va a utilizar el dispositivo recolector es determinante en la optimización del mismo, en concordancia con lo planteado en la introducción de este trabajo. Es decir, una mala elección de la función objetivo, conduce a una mala optimización. En este sentido, la elección de un esquema de optimización tradicional que optimiza la potencia para una determinada frecuencia, es la que menos energía recupera de las tres optimizaciones presentadas en el trabajo.

Analizados los cuatro casos propuestos, se determina que para optimizar un recolector de energía destinado al aprovechamiento de la vibración del motor de un vehículo de transporte, la función objetivo a utilizar debe ser la potencia media en el rango de trabajo.

## REFERENCIAS

- Erturk, A. and Inman, D.J., On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 19:1311-1315, 2008.
- Erturk, A. and Inman, D.J., *Piezoelectric energy harvesting*. John Wiley & Sons, 2011.
- Goldberg, D.E., Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning, 1989. Reading: Addison-Wesley, 1989.
- Kim, H.W., Batra, A., Priya, S., Uchino, K., Markley, D., Newnham, R.E. and Hofmann, H.F., Energy harvesting using a piezoelectric “cymbal” transducer in dynamic environment. *Japanese Journal of Applied Physics*, 43(9R):6178, 2004.
- Lefevre, E., Audigier, D., Richard, C. and Guyomar, D., Buck-boost converter for sensorless power optimization of piezoelectric energy harvester. *IEEE Transactions on Power*

- Electronics*, 22(5):2018-2025, 2007.
- Lefeuvre, E., Badel, A., Richard, C. and Guyomar, D., Piezoelectric energy harvesting device optimization by synchronous electric charge extraction. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 16(10):865-876 %@ 1045-1389X, 2005.
- Makki, N. and Pop-Iliev, R., Piezoelectric power generation for sensor applications: design of a battery-less wireless tire pressure sensor. *SPIE Microtechnologies*, International Society for Optics and Photonics, 2011.
- Meirovitch, L. and Parker, R., Fundamentals of vibrations. *Applied Mechanics Reviews*, 54:100, 2001.
- Nelson, L., Bowen, C., Stevens, R., Cain, M. and Stewart, M., Modeling and measurement of piezoelectric fibers and interdigitated electrodes for the optimization of piezofibre composites. *Smart Structures and Materials*, International Society for Optics and Photonics, 2003.
- Priya, S., Advances in energy harvesting using low profile piezoelectric transducers. *Journal of electroceramics*, 19(1):167-184, 2007.
- Rao, S.S., *Vibration of continuous systems*. John Wiley & Sons, 2007.
- Renno, J.M., Daqaq, M.F. and Inman, D.J., On the optimal energy harvesting from a vibration source. *Journal of sound and vibration*, 320(1):386-405, 2009.
- Roundy, S., Energy harvesting for tire pressure monitoring systems: design considerations. *Proceedings of Power MEMS+ microMEMS, Sendai, Japan:9-12*, 2008.
- Roundy, S., Wright, P.K. and Rabaey, J., A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. *Computer communications*, 26(11):1131-1144, 2003.
- Shen, D., Ajitsaria, J., Choe, S.-Y. and Kim, D.-J., The optimal design and analysis of piezoelectric cantilever beams for power generation devices. *MRS Online Proceedings Library Archive*, 888, 2005.
- Shu, Y.-C. and Lien, I., Efficiency of energy conversion for a piezoelectric power harvesting system. *Journal of micromechanics and microengineering*, 16(11):2429, 2006.
- Xiao, H. and Wang, X., A review of piezoelectric vibration energy harvesting techniques. *Fuel cells (methanol)*, 280:28, 2014.